Zulassungsprüfung für den Master-Studiengang in Elektrotechnik und Informationstechnik an der Leibniz Universität Hannover

Zulassungsjahr: 2017

Allgemeine Informationen:

Der deutschsprachige Eingangstest besteht aus drei getrennten Abschnitten:

- **A. Mathematik und Physik**
- **B. Grundlagen der Elektrotechnik**
- **C. C1: Signale / Systeme und C2: Regelungstechnik**

- Die Bearbeitungszeit für jeden Abschnitt A, B, C (C1 und C2) beträgt **30 Minuten**. Zwischen den Abschnitten ist eine kurze Pause von 5 Minuten.
- Alle Antworten müssen in Deutsch oder Englisch gegeben werden.
- Alle Antworten sind zu begründen.
- Nur nicht programmierbare Taschenrechner ohne Texteingabe sind als Hilfsmittel zulässig.
- Alle beschriebenen Blätter müssen mit Name, Registriernummer und Aufgabennummer gekennzeichnet sein.
- Die verteilten Aufgabenblätter müssen nach dem Test vollständig zurückgegeben werden.

Test: Teil A „Mathematik und Physik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil A 30 Minuten

6 Aufgaben (Teil A)

Name:...

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
5			
6			
Σ			

Aufgaben aus der Mathematik

(2016)

Aufgabe 1:
Eine reellwertige 2×2-Matrix $\mathbf{A}$ hat die Eigenwerte $\lambda = 2$ und $\lambda = 3$. Der Eigenvektor $\mathbf{v}$, der zum Eigenwert $\lambda = 2$ gehört, erfüllt die Gleichung

$$\begin{pmatrix} 5 & -5 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Koeffizienten der Matrix $\mathbf{A}$ und die Eigenvektoren der Eigenwerte $\lambda = 2$ und $\lambda = 3$.

Aufgabe 2:
Gegeben sei ein Vektorfeld $\vec{V} : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ in kartesischen Koordinaten $\vec{r} = (x, y, z)^T$

$$\vec{V}(\vec{r}) := \begin{pmatrix} 1 + z^4 \\ 1 + z^4 \\ 1 + x^2 y^2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie das Oberflächenintegral $\int_S \vec{V} \cdot d\vec{A}$ über die Flache S, die durch den Ortsvektor $\vec{r}(t) = (u, v, uv)^T$ $(-1 \leq u, v \leq 1)$ beschrieben wird.

Aufgabe 3:
Gegeben ist folgende Differentialgleichung

$$\frac{dy}{dx} = y - y^2$$

mit $y(0) = 1$.

- Klassifizieren Sie diese Differentialgleichung.
- Ermitteln Sie allgemeine Lösung $y = y(x)$ dieser Gleichung.
  Hinweis: $\int 1/(z - z^2) dz = \ln |(1 - z)/z| + C$
- Skizzieren Sie die Lösung $y(x)$ für $x \to \infty$.

Aufgaben aus der Physik

(2016)

Aufgabe 1:
Auf einen dünnen Balken der Länge L, der auf der linken Seite fest eingespannt ist und bei dem sich die rechte Seite nur horizontal verschieben kann, wirkt bei $L/2$ von oben eine Kraft mit dem Betrag F ein. Machen Sie eine Skizze der Anordnung.

Die Balkenmitte wird durch die Biegelinie beschrieben, der durch die Differentialgleichung

$$y''(x) = \frac{Fx}{IE},$$

wobei IE die Biegesteifigkeit ist.

Bestimmen Sie

1. die Lösung $y(x)$ und ermitteln Sie die unbekannten Konstanten mit Hilfe der Bedingungen $y'(L/2)$ und $y(0)$
2. Wie groß ist die Durchbiegung bei $x = L/2$?

Aufgabe 2:
Auf einen Doppelspalt mit punktförmigen Spalten fällt senkrecht monochromatisches Laserlicht der Wellenlänge von $\lambda = 633\,nm$. Die Entfernung der beiden Spalte beträgt $g = 0,5\,mm$. Parallel zur Doppelspaltebene steht in der Entfernung $L = 1,00\,m$ ein Schirm. Die Mittelsenkrechte zu den beiden Spalten trifft den Schirm in P.

Beantworten Sie folgende Fragen:

- Skizzieren Sie die Anordnung
- Welche Hell-Dunkel-Effekte sind auf dem Schirm zu sehen? Erklären Sie das Auftreten der Effekte.
- Im Punkt P tritt ein Helligkeitsmaximum auf. Geben Sie den Winkel zur Mittelsenkrechten an, unter dem das nächste Maximum auf dem Schirm auftritt.

Aufgabe 3:
Für Schweißarbeiten werden Druckgasflaschen mit Sauerstoff benötigt. Ihr Innenvolumen betragen 25 Liter und der Innendruck 15 Mpa. Beim Schweißen tritt der Sauerstoff unter einem Druck von 200 kPa aus.

- Wie viel Liter Sauerstoff können zum Schweißen aus der Flasche entnommen werden?
- Wie viel Liter Sauerstoff mit einem Druck von 100 kPa wurden vorher in die Flasche gepumpt?

Institut für Grundlagen der Elektrotechnik und Messtechnik

Leibniz Universität Hannover

Prüfungsteil „Grundlagen der Elektrotechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel

- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

21 Punkte, 30 Minuten

Name:____________________ **Matrikelnummer:**________________

Hinweise:

- Beschriften Sie alle Blätter, die Lösungsteile enthalten, mit Namen- und Matrikelnummer!
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabennummer	Punkte	Korrektor
1		
2		
3		
4		
$\sum$		

Aufgabe 1 – Ausschnitt aus einem Netzwerk **(5 Punkte)**

Gegeben ist der Ausschnitt aus einem Netzwerk gemäß Abb. 1. Es gilt: $I_1 = 3$ A, $I_2 = -4$ A, $\varphi_0 = 0$ V, $U = 3$ V und $R = 1\ \Omega$.

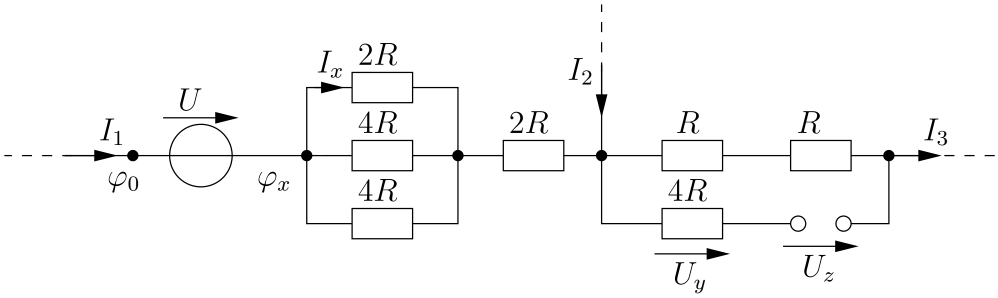


Abbildung 1: Ausschnitt aus einem Netzwerk

a) Berechnen Sie das Potential φ_x!

b) Berechnen Sie den Strom I_x!

c) Berechnen Sie die Spannung U_y!

d) Berechnen Sie den Strom I_3!

e) Berechnen Sie die Spannung U_z!

Aufgabe 2 – Raumladungsgebiet **(6 Punkte)**

Gegeben ist die Anordnung zweier konzentrischer, zylinderförmiger Raumladungen der Länge l gemäß Abb. 2, die sich jeweils im Bereich $0 \leq z \leq l$ erstrecken. Die Gebiete weisen die homogen verteilten Raumladungsdichten ρ_1 bzw. ρ_2 auf. Es gilt: $l \gg a$. Die Größen a, l und ρ_1 sind gegeben.

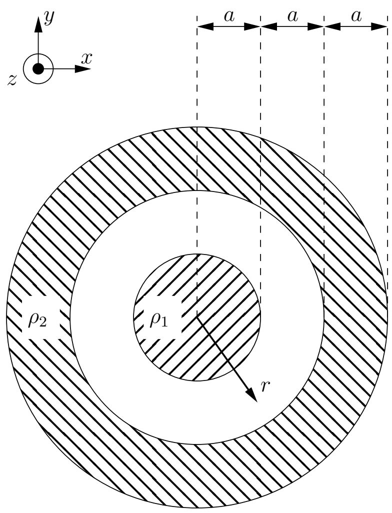


Abbildung 2: Raumladungen

a) Bestimmen Sie ρ_2 in Abhängigkeit von den gegebenen Größen so, dass für $r > 3a$ für die elektrische Flussdichte $\vec{D} = 0$ gilt!

Im Folgenden gilt: $\rho_2 = -\frac{1}{2}\rho_1$.

b) Bestimmen Sie $\vec{D}(r)$ für $2a \leq r < 3a$ in Abhängigkeit von den gegebenen Größen!

Aufgabe 3 – Magnetische Spannung **(4 Punkte)**

Gegeben ist die Anordnung aus drei unendlich langen Linienleitern nach Abb. 3. Für die Ströme gilt $I_1 = 8$ A, $I_2 = 4$ A und $I_3 = -4$ A.

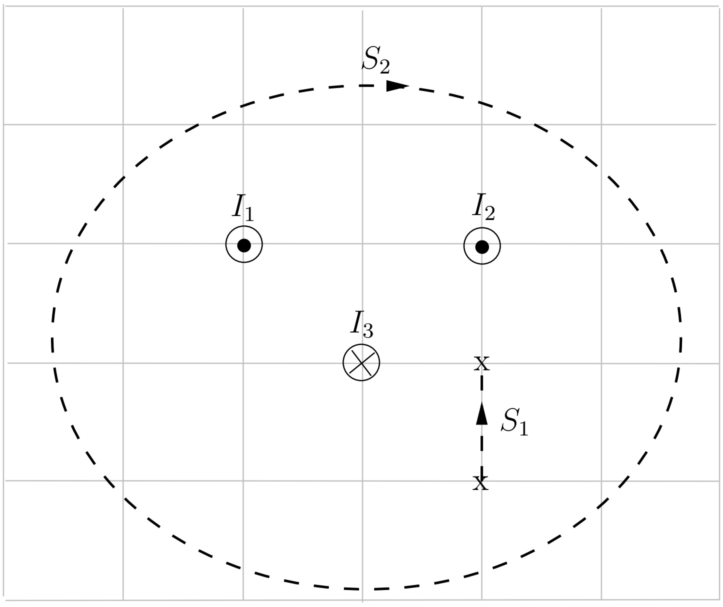


Abbildung 3: Linienleiter

a) Berechnen Sie die magnetische Spannung V_{S2} entlang des Weges S_2!

b) Berechnen Sie die die magnetische Spannung V_{S1} entlang des Weges S_1!

Aufgabe 4 – Netzwerk mit einem Speicher **(6 Punkte)**

Gegeben ist das Netzwerk nach Abb. 4. Für $t < 0$ ist der Schalter S in der rechten Stellung, alle Ausgleichsvorgänge sind abgeschlossen und es gilt $i_L = \frac{U_q}{R}$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter S in die linke Stellung geschaltet. Die Größen R, L und U_q sind gegeben. Alle Ergebnisse sind in Abhängigkeit von den gegebenen Größen anzugeben.

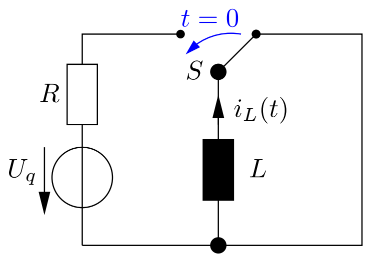


Abbildung 4: Netzwerk mit einer Spule

Das Netzwerk soll für $t \geq 0$ untersucht werden.

a) Stellen Sie die Differentialgleichung des Netzwerks auf und bestimmen Sie eine homogene Lösung $i_{L,h}(t)$!

b) Bestimmen Sie die partikuläre Lösung $i_{L,p}(t)$!

c) Bestimmen Sie den Zeitverlauf $i_L(t)$ und skizzieren Sie diesen!

Signale / Systeme und
Regelungstechnik

Test: Teil C1 „Signale/Systeme“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 30 Minuten

4 Aufgaben (Teil C1)

Name:...

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Test „Signale und Systeme“

Aufgabe 1

Gegeben ist ein lineares System mit der Zuordnungsvorschrift $f(t) \rightarrow g(t) = af(t+t_0)$.

1.1 Unter welcher Bedingung ist das System kausal?
1.2 Bestimmen Sie die Impulsantwort des Systems.

Das Eingangssignal sei $f(t) = \sin(2\omega_0 t)$.

1.3 Berechnen Sie die Fourier-Transformierte $G(j\omega)$ von $g(t)$ und skizzieren Sie $|G(j\omega)|$

Aufgabe 2

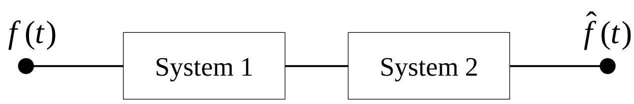
Die Folge $\{x(k)\}$ am Eingang eines diskreten LTI Systems ergibt am Ausgang die Folge:

$$\{y(k)\} = a_0\{x(k)\} + a_2\{x(k-2)\} + b_1\{y(k-1)\}$$

2.1 Berechnen Sie die Systemfunktion $H(z)$ des Systems.
2.2 Skizzieren Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm für $a_0 = b_1 = 0.5$ und $a_2 = 2$.
2.3 Ist das System für die in 2.2 gegebenen Werte stabil? Begründen Sie.

Aufgabe 3

Es wird eine Kettenschaltung aus System 1 und 2 betrachtet.



Das System 1 wird mit der Zeitfunktion

$$f(t) = \frac{1}{4}\sin(3\omega_0 t - \varphi_0)$$

erregt.
Hinweis:

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

3.1 Geben Sie allgemein die Darstellung der Funktion $f(t)$ als reelle Fourierreihe dar.

3.2 Berechnen Sie die reellen Fourierkoeffizienten von $f(t)$.

Die Zuordnungsvorschrift des System 1 lautet:

$$f(t) \rightarrow g(t) = f^2(t) - f(t)$$

3.3 Geben Sie eine Übertragungsfunktion für das zeitinvariante System 2 an, damit am Ausgang für $\hat{f}(t)$ die ursprüngliche Funktion $f(t)$ erscheint.

Hinweis:

$$\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$$

Aufgabe 4

Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System $f(t) \rightarrow g(t)$ mit der Impulsantwort:

$$h(t) = \begin{cases} e^{-\frac{t}{T}} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

Das Eingangssignal lautet

$$f(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t \leq T \\ 0 & t < 0 \cap t > T \end{cases}$$

4.1 Geben Sie in allgemeiner Form die Vorschrift für die Berechnung der Reaktion $g(t)$ auf die Erregung $f(t)$.

4.2 Berechnen Sie die Reaktion $g(t)$ im Bereich $0 \leq t$.

Signale / Systeme und
Regelungstechnik

Test: Teil C2 „Regelungstechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

<u>Zugelassene Hilfsmittel:</u>
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 30 Minuten

4 Aufgaben (Teil C2)

Name:...

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Regelungstechnik I

Aufgabe 1

Gegeben ist das System $F_1(s)$ (Eingangsgröße $u(t)$, Ausgangsgröße $y(t)$), das mit dem Regler $F_{R1}(s)$ geregelt werden soll (neg. Rückführung). Es gilt

$$F_1(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3}{s^2+s+1}, \quad F_{R1}(s) = 2\,\frac{1+2\,s+s^2}{s}. \tag{1}$$

a) Geben Sie den Reglertyp des Regler $F_{R1}(s)$ und seine Parameter an.

b) Bestimmen Sie die Führübertragungsfunktion $F_W(s) = \frac{Y(s)}{W(s)}$ des geschlossenen Regelkreises.

Aufgabe 2

Ein dynamisches System (Eingangsgröße $u(t)$, Ausgangsgröße $y(t)$), beschrieben durch die Übertragungsfunktion

$$F_2(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1+2\,s}{1+s}$$

wird mit einem P-Regler (Verstärkung $-\infty < K_R < \infty$, negative Rückführung) geregelt.

a) Skizzieren Sie den Frequenzgang $F_O(j\omega)$ des offenen Regelkreises für $K_R = 1$ in der komplexen Ebene.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums, für welche Werte von K_R der geschlossene Regelkreis asymptotisch stabil ist?

Regelungstechnik II

Aufgabe 3

Gegeben ist ein System mit der Übertragungsfunktion $F_3(s)$, das mit einem Regler mit der Übertragungsfunktion $F_{R3}(s)$ in negativer Rückführung geregelt wird. Es gilt:

$$F_3(s) = \frac{s+4}{s+1}, \qquad F_{R3}(s) = K_R\frac{s+2}{s}, \qquad K_R > 0$$

a) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises.

b) Makieren Sie die Stelle der WOK, an der die Eigenbewegung des geschlossenen Regelkreises schnellsmöglichst und ohne Schwingungen abklingt?

Aufgabe 4

Die Zustandsraumdarstellung eines Systems (Eingang $u(t)$, Ausgang $y(t)$, Zustand $x(t)$) lautet

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) + b\,u(t), \quad y(t) = c^T\,x(t) \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad c^T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Ist das System asymptotisch stabil?

b) Wie lautet die Systemantwort $y(t)$ des energiefreien Systems ($x(0) = 0$) auf den Einheitssprung $u(t) = 1(t)$?

c) Ist das System vollständig steuerbar?